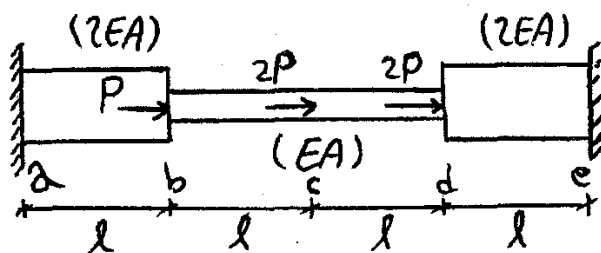


پاسخ تشریحی سوالات مقاومت مصالح کنکور ارشد دانشگاه آزاد سال ۹۲

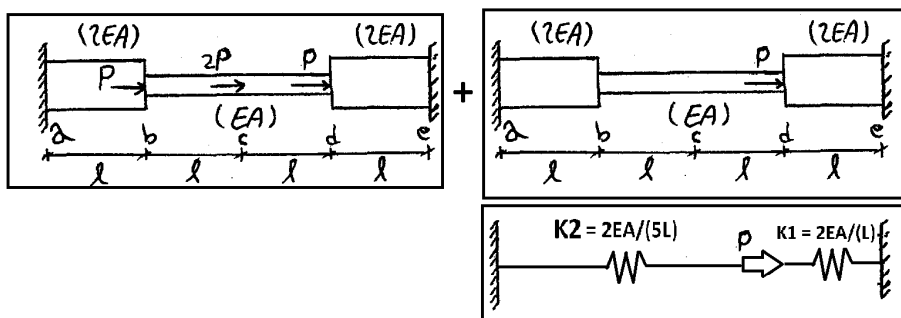


۴۱- نسبت عکس العمل محوری تکیه گاه a به عکس العمل محوری تکیه گاه e کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{17}$ (۲) $\frac{17}{44}$ (۳) $\frac{11}{13}$ (۴) $\frac{13}{27}$

گزینه ۱:

سازه را به صورت ترکیبی از یک بارگذاری متقارن و بار متمرکز P به صورت شکل زیر در نظر گرفت:

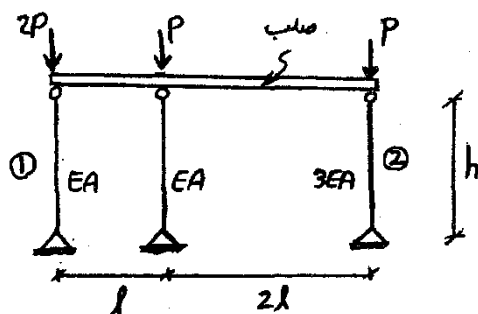


Re1=2P
Ra1=2P بنا به تقارن

+

Re2= (5/6)P
Ra2= (1/6)P

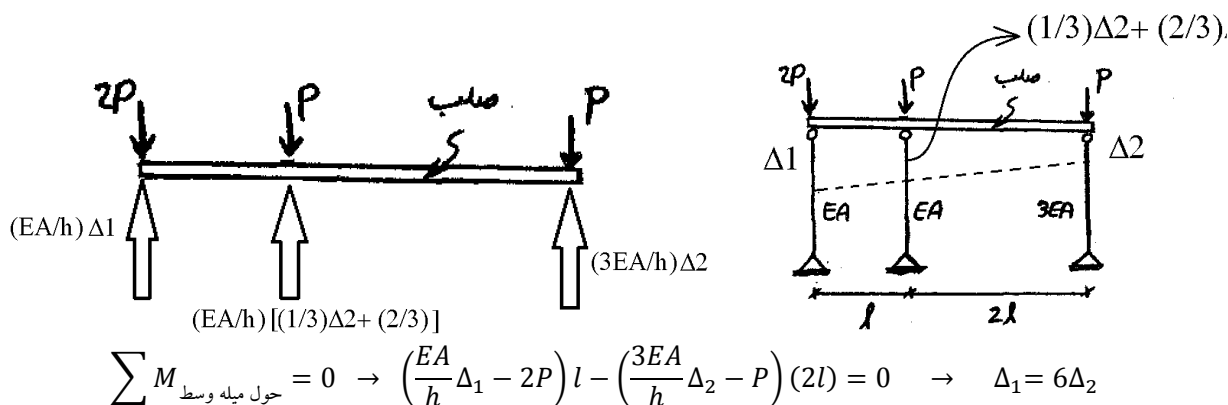
$$Ra/Re = (13/6)/(17/6) = 13/17$$



۴۲- نسبت تغییر مکان میله (۱) به (۲) کدام است؟

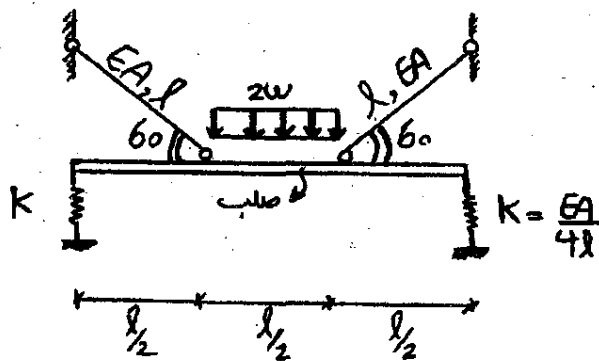
- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) 6 (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

گزینه ۲:



۴۳- در سازه متقارن نشان داده شده نیروی فنر کدام

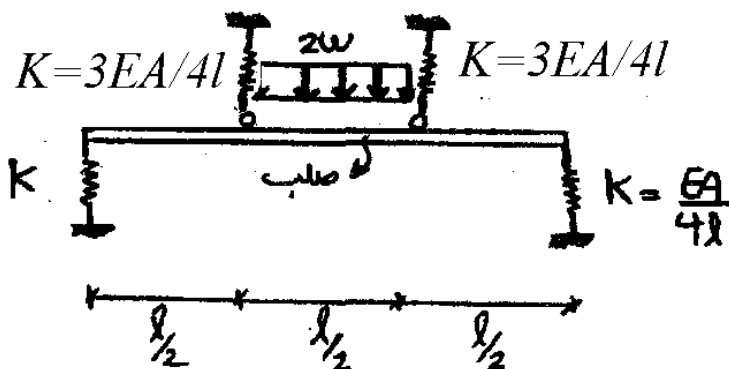
است؟ (سختی فنرها $K = \frac{EA}{4l}$ می باشد)



(۱) $\frac{\omega l}{4}$ (۲) $\frac{\omega l}{8}$

(۳) $\frac{\omega l}{12}$ (۴) $\frac{\omega l}{16}$

گزینه ۲ با توجه به تقارن، حرکت میله صلب افقی خواهد بود و بار به نسبت سختی بین تمامی اعضا تقسیم می شود:

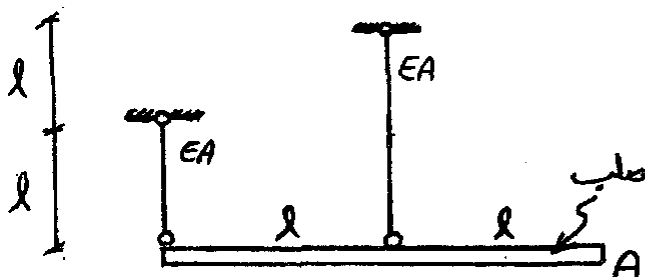


$$F_{\text{فنر}} = \frac{\frac{EA}{4l}}{\frac{EA}{4l} + \frac{EA}{4l} + \frac{3EA}{4l} + \frac{3EA}{4l}} \times \left(2w \times \frac{l}{2} \right) = \frac{wl}{8}$$

۴۴- چنانچه دمای هر دو میله به اندازه ΔT افزایش داده

شود تغییر مکان گره A کدام است؟ (ضریب انبساط

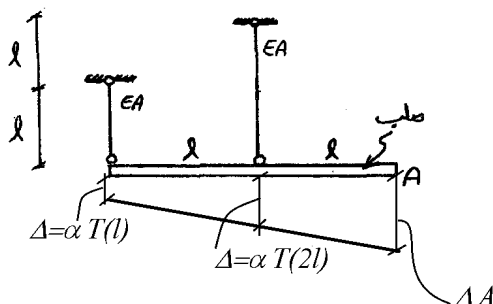
حرارتی میله ها α می باشد)

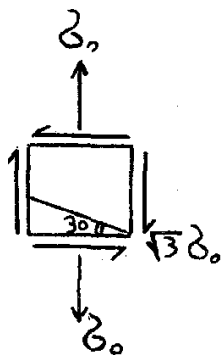


(۱) $2\alpha \Delta T l$ (۲) $3\alpha \Delta T l$

(۳) $4\alpha \Delta T l$ (۴) $5\alpha \Delta T l$

گزینه ۲: با توجه به شکل زیر، تغییر مکان گره A برابر $3\alpha T l$ خواهد بود.

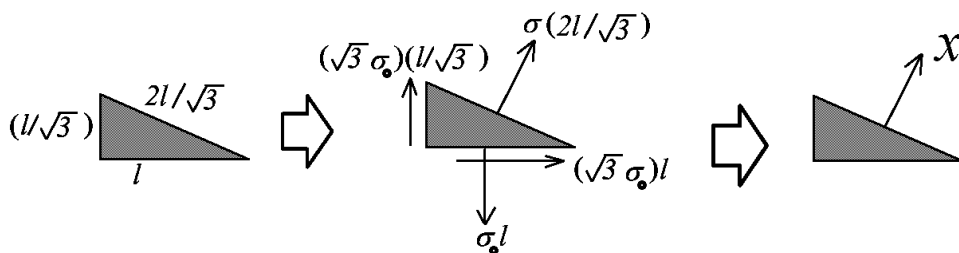




۴۵- در المان نشان داده شده تنش عمودی در صفحه‌ای که با راستای افق زاویه ۳۰ درجه می‌سازد کدام است؟

- (۱) کششی $\frac{3}{4} \sigma_0$ (۲) فشاری $\frac{3}{4} \sigma_0$
(۳) کششی $\frac{2}{5} \sigma_0$ (۴) فشاری $\frac{2}{5} \sigma_0$

گزینه ۲



برآیند نیروها را در راستای X می‌نویسیم:

$$\sigma \left(\frac{2l}{\sqrt{3}} \right) + \sqrt{3} \sigma_0 \frac{l}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \sigma_0 (l) \times \frac{1}{2} - \sigma_0 l \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

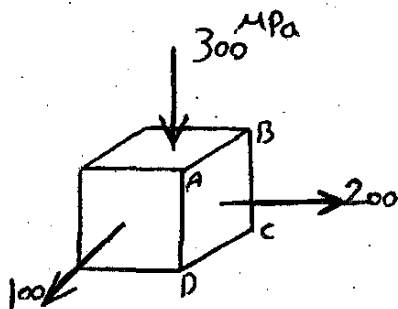
$$\sigma (2l) + \sigma_0 l \times \frac{3}{2} + \sigma_0 (l) \times \frac{3}{2} - \sigma_0 l \times \frac{3}{2} = 0 \rightarrow \sigma = -\frac{3}{4} \sigma_0$$

۴۶- مخزن جدار نازک کروی تحت فشار داخلی $50 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ قرار دارد اگر شعاع متوسط مخزن ۳ متر باشد حداقل ضخامت مخزن کدام است؟ (تنش مجاز کششی مصالح $2500 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ می‌باشد)

- (۱) ۱ cm (۲) ۲ cm
(۳) ۳ cm (۴) ۴ cm

گزینه ۳

$$\left(\sigma = \frac{PR}{2t} = \frac{50 \times 300}{2t} \right) \leq 2500 \rightarrow t \geq 3 \text{ cm}$$

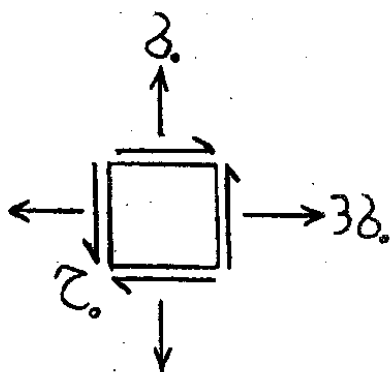


۴۷- نسبت حداکثر تنش برشی در صفحات موازی صفحه ABCD به تنش برش حداکثر المان نشان داده شده کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

گزینه ۴

با توجه به شکل در صفحه ABCD تنش برشی صفر است و بنابراین این صفحه یک صفحه اصلی می‌باشد. بنابراین هر صفحه ای که موازی آن باشد نیز صفحه تنش اصلی خواهد بود و تنش برشی آن صفر خواهد بود.



۴۸- اگر در المان تنش مسطح نشان داده شده مربوط به یک نقطه از جسمی، یکی از تنش‌های اصلی صفر باشد آنگاه حداکثر مقدار تنش برش در این نقطه کدام است؟

- (۱) $4\sigma_0$ (۲) $3\sigma_0$ (۳) $2\sigma_0$ (۴) σ_0

محاسبه تنش برشی حداکثر در سوال فوق ناممکن است. دقت کنید که در المان تنش مسطح همیشه یکی از تنشها (تنش عمود بر صفحه) همیشه صفر می باشد.

احتمالا منظور طراح به این صورت بوده است که:

"اگر در المان تنش مسطح نشان داده شده مربوط به یک نقطه از جسمی، یک از تنشهای اصلی در صفحه المان صفر باشد آنگاه ..."

اگر سوال را به شرح فوق اصلاح کنیم، در حقیقت از سه تنش اصلی، دو تنش اصلی صفر خواهند بود و تنش اصلی سوم به شرح زیر بدست می آید:

$$\sigma_0 + 3\sigma_0 = 0 + \sigma_{max} \rightarrow \sigma_{max} = 4\sigma_0$$

بنابراین تنش های اصلی برابر خواهند بود با:

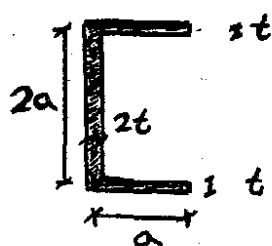
$$\sigma_1 = 4\sigma_0$$

$$\sigma_2 = 0$$

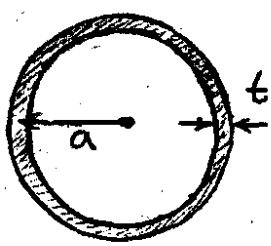
$$\sigma_3 = 0$$

و تنش برشی ماکزیمم برابر خواهد بود با:

$$\tau = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{4\sigma_0 - 0}{2} = 2\sigma_0$$



(۱)



(۲)

۴۹- نسبت صلبیت پیچشی مقطع (۲) به (۱) کدام است؟

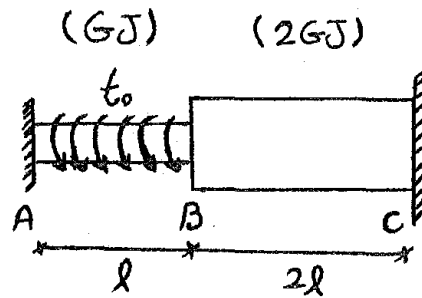
(جنس مصالح هر دو مقطع یکسان می باشد و $\frac{a}{t} = 30$)

- (۱) 100π (۲) 200π (۳) 300π (۴) 400π

گزینه ۳

صلبیت پیچشی از رابطه GJ/L محاسبه می شود. با توجه به اینکه جنس و طول یکسان است، داریم:

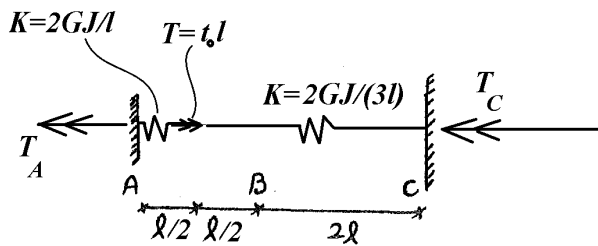
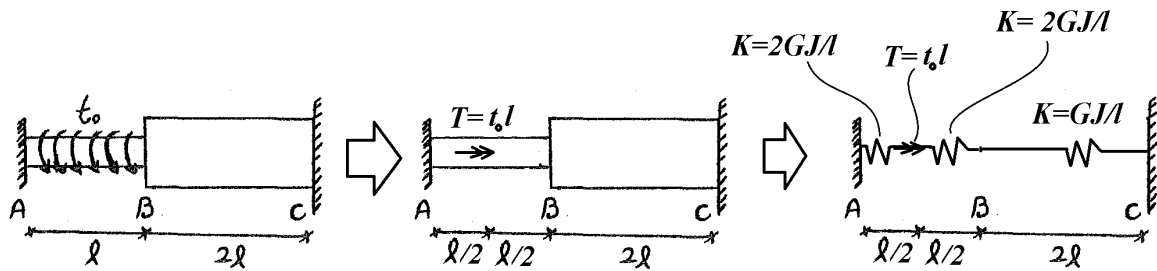
$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{\left(\frac{\pi a^4}{2}\right)'}{\frac{1}{3}(ta^3 + ta^3 + (2t)(2a)^3)} = \frac{2\pi a^3 t}{6at^3} = 300\pi$$



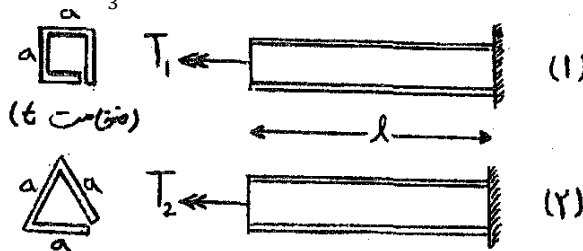
۵۰- در سازه نشان داده شده لنگر پیچش گسترده یکنواخت به شدت t_0 به قسمت AB اعمال شده است زاویه پیچش در B کدام است؟ (صلبیت پیچشی عضو BC دو برابر AB می باشد)

- $\frac{t_0 l^2}{2GJ}$ (۲)
 $\frac{t_0 l^2}{4GJ}$ (۱)
 $\frac{2t_0 l^2}{GJ}$ (۴)
 $\frac{t_0 l^2}{GJ}$ (۳)

بار گسترده را با لنگر متمرکز معادل سازی کرده و بر اساس سختی فنرها عکس العمل های تکیه گاهی را می یابیم:



$$T_C = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 2} T = \frac{1}{4} T \rightarrow \phi_B = T_C \times \left(\frac{2l}{2GJ} \right) = \frac{1}{4} t_0 l \times \left(\frac{2l}{2GJ} \right) = \frac{t_0 l^2}{4GJ}$$



۵۱- اگر تحت لنگرهای پیچشی اعمال شده زاویه پیچش انتهای هر دو میله یکسان باشد، نسبت حداکثر تنش برشی در میله (۱) به (۲) کدام است؟ (ضخامت و جنس میله ها یکسان است)

- $\frac{2}{3}$ (۲)
 $\frac{1}{3}$ (۱)
 $\frac{4}{3}$ (۴)
 $\frac{3}{4}$ (۳)

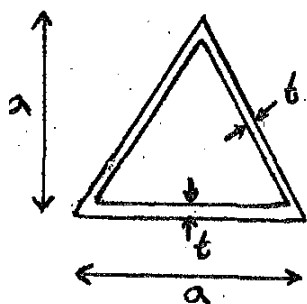
گزینه ۱:

ابتدا زاویه پیچش را در هر دو محاسبه و برابر هم قرار می دهیم:

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= \frac{T_1 l}{G \left(\frac{1}{3} 4 a t^3 \right)} \\ \phi_2 &= \frac{T_2 l}{G \left(\frac{1}{3} 3 a t^3 \right)} \end{aligned} \right\} \rightarrow \phi_1 = \phi_2 \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{3}$$

تنش برشی تحت اثر پیچش در مقاطع جدارنازک باز (با ضخامت جدار ثابت) از رابطه $\tau = \frac{3T}{p t^2}$ بدست می آید که p طول مقطع می باشد:

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \frac{3T_1}{4 a t^2} \\ \tau_2 &= \frac{3T_2}{3 a t^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{3T_1}{4T_2} = 1$$



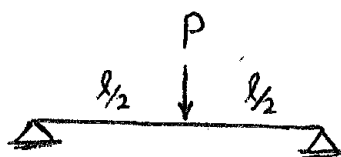
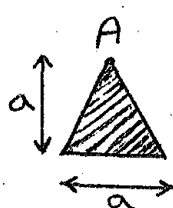
۵۲- اگر در مقطع جدار نازک نشان داده شده ابعاد و ضخامت مقطع ۲ برابر شود، ظرفیت پیچشی مقطع چند برابر می شود؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۱۶

گزینه ۳

ظرفیت پیچشی مقطع برابر است با: $T = (2A_m t) \tau$ مجاز

بنابراین اگر ابعاد دو برابر شود، مقدار A_m چهار برابر شده و مقدار t نیز دو برابر می شوند و ظرفیت پیچشی ۸ برابر می شود.



۵۳- در تیر ساده نشان داده شده تغییر طول تار فوقانی تیر (رأس A) تحت بار P کدام است؟ (E مدول الاستیسیته مصالح می باشد)

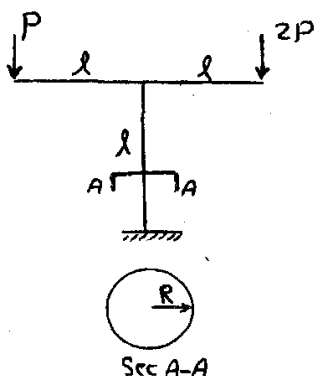
- (۱) $\frac{Pl^2}{Ea}$
(۲) $2\frac{Pl^2}{Ea}$
(۳) $3\frac{Pl^2}{Ea}$
(۴) $4\frac{Pl^2}{Ea}$

گزینه ۳

تار فوقانی تحت اثر فشار ناشی از خمش قرار دارد و طول آن کاهش می یابد. تنش فشاری وارد بر تار فوقانی در طول تیر متغیر است.

در وسط تیر که لنگر ماکزیمم است، تنش فشاری برابر است با $\sigma = \frac{M(\frac{2a}{3})}{I} = \frac{(\frac{PL}{4})(\frac{2a}{3})}{\frac{a^4}{36}} = \frac{6PL}{a^3}$ و در ابتدا و انتهای تیر برابر صفر است. با توجه به اینکه تغییرات لنگر به صورت خطی می باشد، می توان برای محاسبه تغییر طول تار از تنش میانگین استفاده کرد:

$$\Delta L = \frac{\sigma_{ave} L}{E} = \frac{(\frac{1}{2} \frac{6PL}{a^3}) L}{E} = \frac{3PL^2}{Ea^3}$$



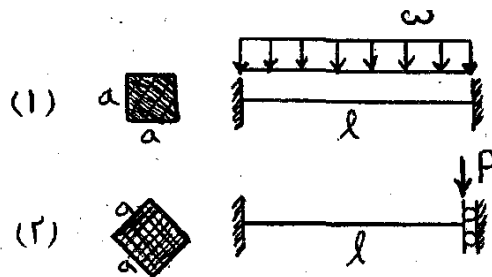
۵۴- حداکثر تنش عمودی ایجاد شده در تکیه گاه گیردار ستون با مقطع دایره ای (نشان داده شده کدام است؟) $(l = 5R)$

- (۱) $15 \frac{P}{\pi R}$
(۲) $20 \frac{P}{\pi R}$
(۳) $23 \frac{P}{\pi R}$
(۴) $36 \frac{P}{\pi R}$

گزینه ۳

ستون تحت اثر فشار و خمش قرار دارد:

$$\left. \begin{matrix} N = 3P \\ M = PL \end{matrix} \right\} \rightarrow \sigma = \frac{N}{A} + \frac{MR}{I} = \frac{3P}{\pi R^2} + \frac{PLR}{\frac{\pi R^4}{4}} = \frac{3P}{\pi R^2} + \frac{20P}{\pi R^2} = \frac{23P}{\pi R^2}$$



۵۵- مقدار شدت بار گسترده (w) چقدر باشد تا تنش خمشی حداکثر در هر دو تیر با مقاطع نشان داده شده با هم برابر شود؟

$$\omega = \sqrt{2} \frac{P}{l} \quad (2) \quad \omega = 6 \frac{P}{l} \quad (1)$$

$$\omega = 6\sqrt{2} \frac{P}{l} \quad (4) \quad \omega = \frac{6\sqrt{2}}{2} \frac{P}{l} \quad (3)$$

گزینه ۴

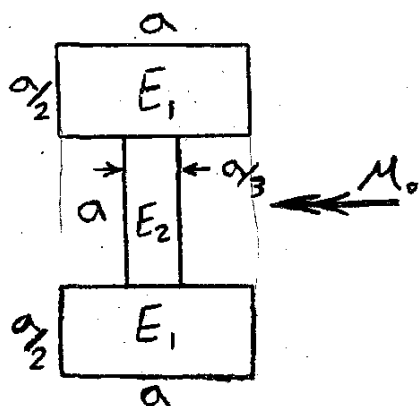
لنگر خمشی در تیر ها برابر است با:

$$M_1 = \frac{wl^2}{12}$$

$$M_2 = \frac{PL}{2}$$

و تنش خمشی برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{6M_1}{a^3} = \frac{wl^2}{2a^3} \\ \sigma_2 &= \frac{M_2 \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)}{\frac{a^4}{12}} = \frac{3\sqrt{2}PL}{a^3} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 \rightarrow w = \frac{6\sqrt{2}P}{l}$$

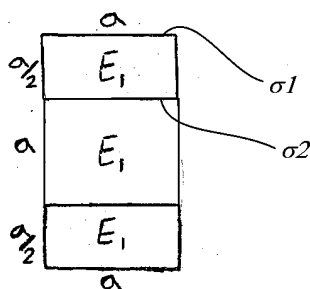


۵۶- حداکثر تنش خمشی ناشی از لنگر M_0 اعمال شده به مقطع غیرهمگن مقابل کدام است؟ $(E_2 = 3E_1)$

$$\frac{4}{9} \frac{M_0}{a^3} \quad (2) \quad \frac{3}{2} \frac{M_0}{a^3} \quad (1)$$

$$\frac{9}{4} \frac{M_0}{a^3} \quad (4) \quad \frac{2}{3} \frac{M_0}{a^3} \quad (3)$$

گزینه ۴. مقطع تبدیل یافته به صورت زیر خواهد بود و تنشها برابرند با:

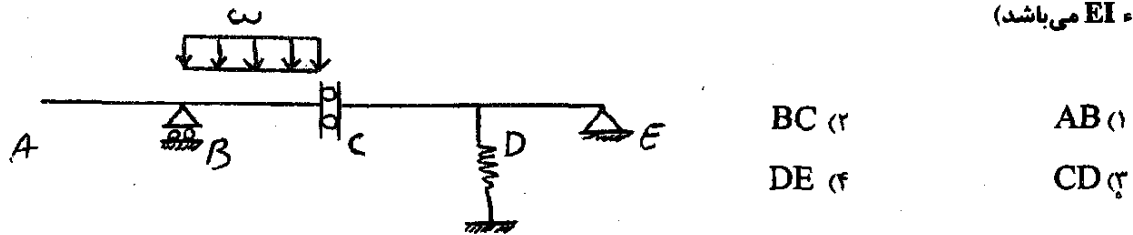


$$\sigma_1 = \frac{M_0 a}{\frac{a \times (2a)^3}{12}} = \frac{3}{2} \frac{M_0}{a^3}$$

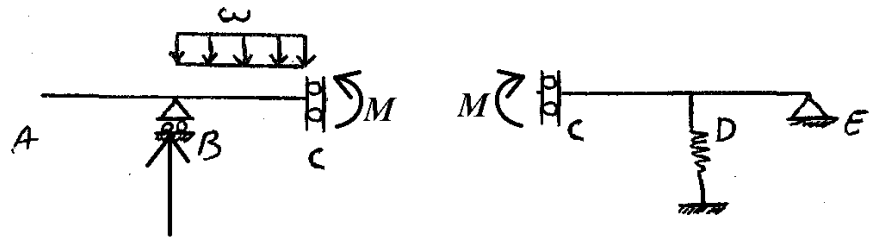
$$\sigma_2 = 3 \times \frac{M_0 \left(\frac{a}{2} \right)}{\frac{a \times (2a)^3}{12}} = \frac{9}{4} \frac{M_0}{a^3}$$

بنابراین تنش ماکزیمم برابر $\frac{9}{4} \frac{M_0}{a^3}$ می باشد.

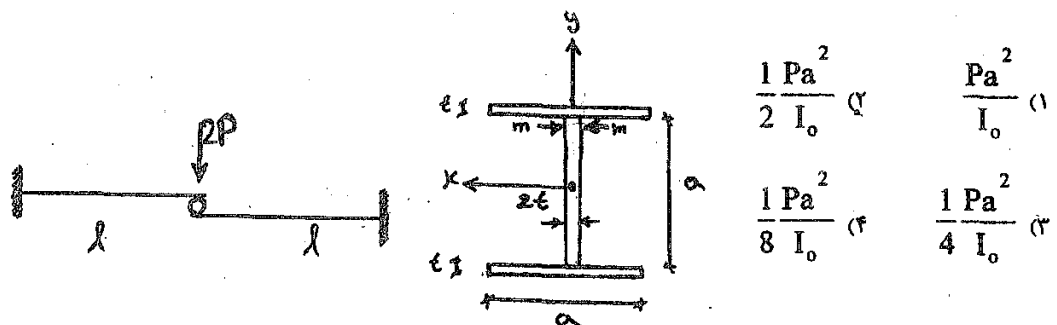
۵۷- در کدام قسمت از تیر نشان داده شده نمودار تغییر شکل سازه به صورت کمائی از دایره می باشد؟ (صلبیت خمشی اعضا EI می باشد)



گزینه ۳: تغییر شکل سازه تنها در نقاطی که مقدار لنگر در طول تیر ثابت باشد، به صورت کمائی از دایره خواهد بود. دیاگرام لنگر در نقاطی ثابت است که برش در آن عضو صفر باشد. با توجه به شکل زیر تنها در عضو CM خمش ثابت (و برش صفر) داریم.



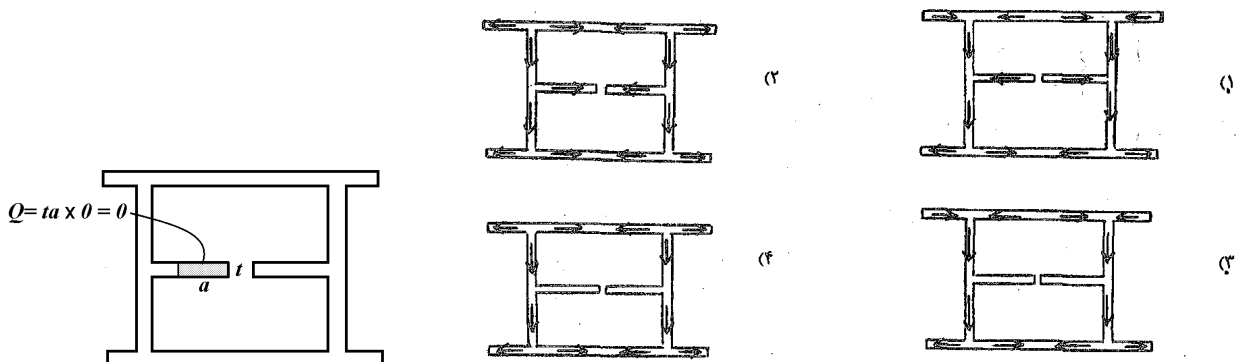
۵۸- در تیر با مقطع جدار نازک نشان داده شده تنش برشی در مقطع $(m-m)$ در محل اتصال بال و جان کدام است؟ (I_0 ممان اینرسی مقطع نسبت به محور X می باشد و از اثرات خمش صرف نظر شود)



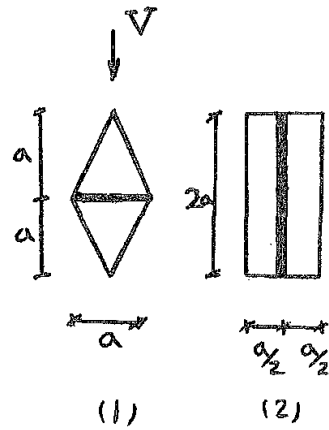
گزینه ۳: با توجه به تقارن، برش در هر دو تیر برابر P خواهد بود و تنش برشی در جان تیر برابر خواهد بود با:

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{P \left(ta \times \frac{a}{2} \right)}{I_0(2t)} = \frac{Pa^2}{4I_0}$$

۵۹- توزیع جریان برشی تحت نیروی برشی قائم اعمال شده به مقطع متقارن جدار نازک، در کدام گزینه صحیح می باشد؟



گزینه ۳. دقت شود که مقدار Q در زائده داخلی صفر بوده و تنش در آن نیز صفر است.



۶۰- نسبت تنش برشی ایجاد شده در چسب در مقطع (۱) به (۲) تحت نیروی برشی V کدام است؟

- | | |
|-------|---------|
| ۱ (۱) | ۱/۵ (۲) |
| ۲ (۳) | ۲/۵ (۴) |

گزینه ۲:

در مقطع لوزی تنش برشی حداکثر در محل چسب برابر است با:

$$\tau = \frac{9V}{8A} = \frac{9V}{8a^2}$$

در مقطع مستطیلی تنش برشی حداکثر در محل چسب برابر است با:

$$\tau = \frac{3V}{2A} = \frac{3V}{2 \cdot 2a^2} = \frac{3V}{4a^2}$$

حسین زاده

۹۲/۳/۱۴